

3. BASAMAK

4. BÖLÜM

TOPLAM SEMBOLÜ

Kuralı belli olan bir dizinin terimleri toplamı, daha kısa şekilde bir sembolle ifade edilebilir.

Bu toplam, adına toplam sembolü dediğimiz \sum sembolüyle gösterilir.

Yani verilen dizinin kuralı bulunabiliyorsa bu dizinin terimleri toplamı toplam sembolüyle gösterilebilir.

Örneğin; $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ toplamı kısaca $\sum_{k=1}^n a_k$ şeklinde yazılabilir.

Yani, $\sum_{k=1}^n a_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$ eşitliği vardır.

Örneğin, $\sum_{m=1}^4 \frac{2}{m} = \frac{2}{1} + \frac{2}{2} + \frac{2}{3} + \frac{2}{4} = 2 + 1 + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} = \frac{25}{6}$ olur.

a. $\sum_{k=1}^n k = 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ dir.

b. $\sum_{k=1}^n k^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ dir.

c. $\sum_{k=1}^n k^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$ dir.

d. $\sum_{k=1}^n (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$ dir.

e. $\sum_{k=1}^n r^{k-1} = 1 + r + r^2 + \dots + r^{n-1} = \frac{1-r^n}{1-r}$ dir.

Bu formülleri ezberlemenize gerek yoktur.

Örneğin,

$$\sum_{x=1}^{40} x = 1 + 2 + 3 + \dots + 40 = \frac{40 \cdot 41}{2} = 820 \text{ dir.}$$

$$\sum_{k=1}^{50} (2k-1) = 1 + 3 + 5 + \dots + 99 = 50^2 = 2500 \text{ dür.}$$

$$(2n-1 = 99 \text{ ise } n = 50)$$

GEOMETRİK DİZİNİN TERİMLERİ TOPLAMI

$(a_k) = a_1 \cdot r^{k-1}$ geometrik dizisi için

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$S_n = a_1 + a_1 \cdot r + a_1 \cdot r^2 + \dots + a_1 \cdot r^{n-1}$$

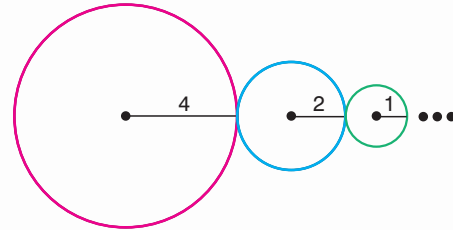
$$S_n = a_1 (1 + r + r^2 + r^3 + \dots + r^{n-1})$$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r} \quad (r \neq 1)$$

eşitliği elde edilir.

Örneğin,

Aşağıda, yan yana çizilmiş çemberler dizisi verilmiştir. Bu dizide; ilk çemberin yarıçapı 4 birim ve sonraki her bir çemberin yarıçapı, bir önceki çemberin yarıçapının yarısıdır.



Bu dizideki ilk n çemberin çevre uzunlukları toplamı bulunurken; ilk çemberin yarıçapı 4 birim ve sonraki her bir çemberin yarıçapı, bir önceki çemberin yarıçapının yarısı olduğundan, çemberlerin çevreleri toplamı

$$2\pi \cdot 4 + 2\pi \cdot 2 + 2\pi \cdot 1 + \dots = 2\pi \cdot 4 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\right)$$

$$= 8\pi \cdot \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{1 - \frac{1}{2}} \text{ olur.}$$

Örneğin ilk 3 çemberin çevre uzunlukları toplamı

$8\pi + 4\pi + 2\pi = 14\pi$ birimdir. Aynı sonucu yukarıda bulduğumuz eşitlikte n yerine 3 yazarak da bulabiliriz.



Örnek - 1

Aşağıdaki toplamları toplam sembolü kullanarak gösterelim:

- a. $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$
b. $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3$
c. $5 + 8 + 11 + 14 + 17 + 20 + 23 + 26$
d. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \frac{1}{128}$

Çözüm

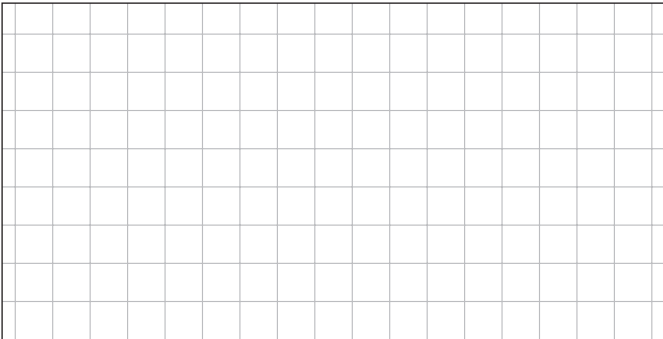


Örnek - 2

$$\sum_{k=1}^{60} k^2$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

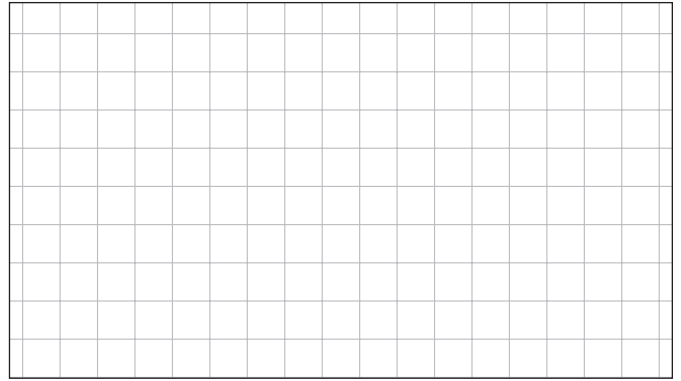


Örnek - 3

$$\sum_{m=1}^{20} m^3$$

işleminin sonucunu bulalım.

Çözüm

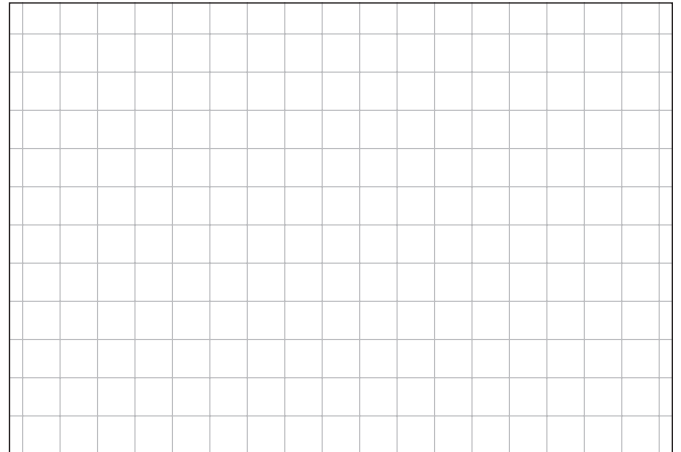


Örnek - 4

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k+1} \right)$$

ifadesinin eşitini bulalım.

Çözüm



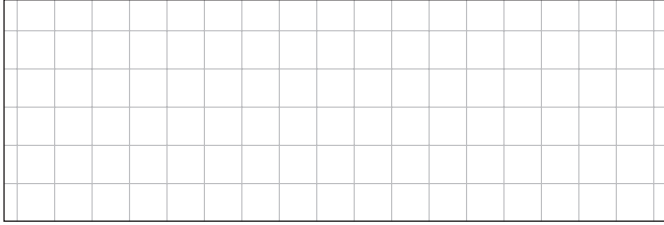


❖ **Örnek - 5** \rangle _____

$$\sum_{k=1}^{14} 2^{k-1}$$

ifadesinin değerini bulalım.

❖ **Çözüm** \rangle

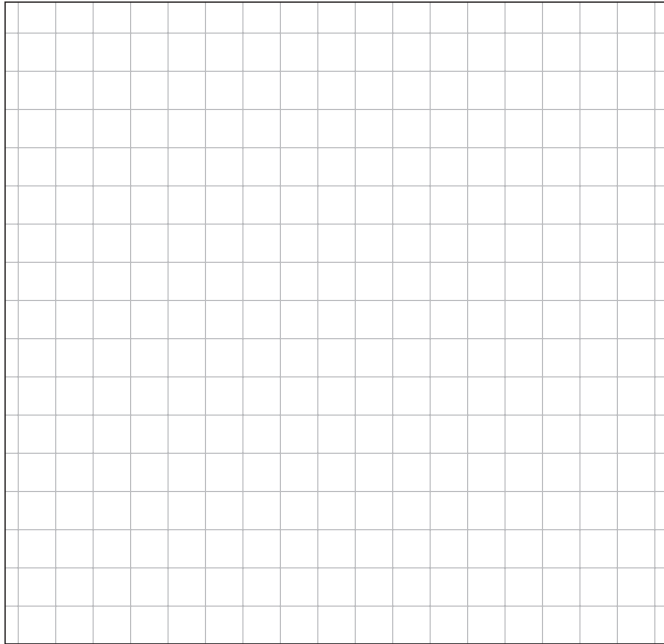


❖ **Örnek - 6** \rangle _____

$$(a_n) = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \dots, \left(\frac{2}{3} \right)^n, \dots \right)$$

geometrik dizisinin terimlerini ve ilk n terim toplamını inceleyelim.

❖ **Çözüm** \rangle

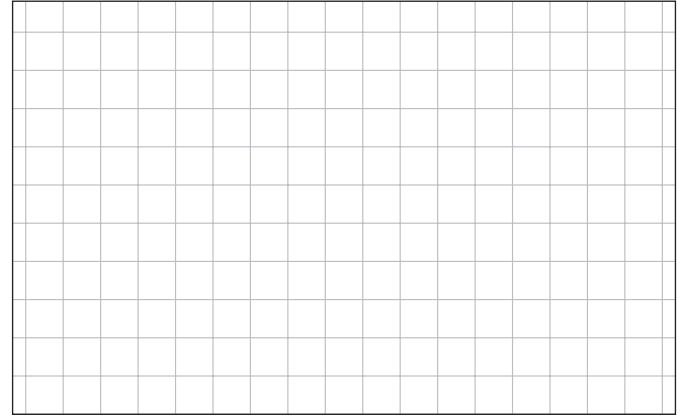


❖ **Örnek - 7** \rangle _____

$$\sum_{k=0}^N \left(\frac{1}{3} \right)^k$$

ifadesinin N büyürken yaklaştığı değeri bulalım.

❖ **Çözüm** \rangle



❖ **Örnek - 8** \rangle _____

$$(a_n) = \left(\frac{11}{10}, \frac{11}{100}, \frac{11}{1000}, \dots, \frac{11}{10^n}, \dots \right)$$

dizisinin ilk n terim toplamını inceleyelim.

❖ **Çözüm** \rangle





1.
$$\sum_{m=-7}^8 \frac{1}{m}$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) $\frac{7}{8}$ B) $\frac{15}{16}$ C) $\frac{1}{4}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{3}{16}$

2.
$$\sum_{k=1}^{99} (k+1)$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 2401 B) 4950 C) 5049
D) 5050 E) 9900

3.
$$\sum_{n=1}^{15} n^2$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 620 B) 1240 C) 2480
D) 3720 E) 7440

4.
$$\sum_{n=0}^{50} \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) $2 - 2^{-47}$ B) $2 - 2^{-48}$ C) $2 - 2^{-49}$
D) $2 - 2^{-50}$ E) $2 - 2^{-51}$

5.
$$\sum_{k=1}^{20} (2k-1)$$

toplamının değeri kaçtır?

- A) 110 B) 210 C) 400 D) 420 E) 560

6.
$$x = \sum_{k=1}^n \log_2 k$$

olduğuna göre, 2^x aşağıdakilerden hangisine eşittir?

- A) n B) n! C) n^2
D) $n^2 - n$ E) $n^2 + n$

7.
$$\sum_{n=2}^x 2^n = 2^x + 252$$

olduğuna göre, x kaçtır?

- A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

8.
$$\sum_{k=n}^{2n} k = 63$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

9. $2^{17} = A$ olmak üzere,

$$\sum_{k=4}^{17} 2^{k-1}$$

işleminin sonucunun A türünden ifadesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $A + 8$ B) $A + 4$ C) $A + 2$
D) $A - 8$ E) $A - 4$

10.

$$\sum_{k=1}^n \frac{k}{n+1} = 6$$

olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

11.

$$\sum_{k=-5}^5 (5k^3 + 2k - 4)$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -120 B) -96 C) -44 D) -40 E) -32

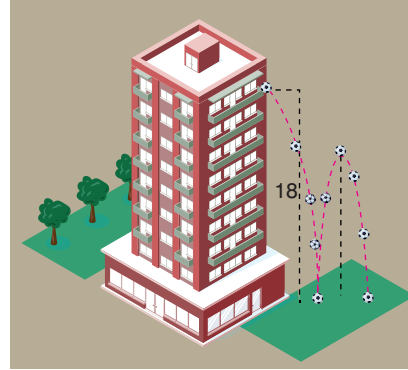
12.

$$(a_n) = \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2, \left(\frac{1}{2}\right)^4, \left(\frac{1}{2}\right)^6, \left(\frac{1}{2}\right)^8, \dots, \left(\frac{1}{2}\right)^{2n}, \dots \right)$$

dizisinin ilk n terim toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1-2^{-2n}}{3}$ B) $\frac{1-2^{-2n}}{4}$ C) $\frac{1-2^{-n}}{2}$
D) $\frac{1-2^{-n}}{3}$ E) $\frac{1-2^{-n}}{4}$

13. Ahmet Bey, iki oğluna birer top olarak hediye ediyor. Küçük olan oğlu oynarken, evin balkonundan topu aşağı düşürüyor.



18 metre yükseklikten yere düşen top her yere çarptığında bir önceki yüksekliğinin $\frac{2}{3}$ ü kadar yükseliyor.

Top yere 3. kez yere çarptığı anda dikey olarak toplam kaç metre yol almıştır?

- A) 50 B) 52 C) 54 D) 56 E) 58

14.

$$\sum_{k=4}^7 \binom{n}{k} = \sum_{k=3}^6 \binom{n}{k}$$

olduğuna göre, n kaçtır?

$\binom{n}{r}$: Farklı n elemanın r li kombinasyon sayısıdır.

- A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 14

15. Toprağa ekilen bir bitki tohumu bir yıl içerisinde 1 metre olmuştur. Bundan sonraki her yıl, bir önceki yıl sonundaki artışın $\frac{2}{5}$ i kadar büyüdüğü gözlemlenmiştir.

Buna göre, n . yıl sonunda bitkinin boyu kaç metre olur?

- A) $\frac{5\left(1-\left(\frac{3}{5}\right)^n\right)}{3}$ B) $\frac{5\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^n\right)}{3}$ C) $\frac{5\left(1-\left(\frac{7}{5}\right)^n\right)}{3}$
D) $\frac{7\left(1-\left(\frac{1}{7}\right)^n\right)}{6}$ E) $\frac{5\left(1-\left(\frac{1}{5}\right)^n\right)}{4}$

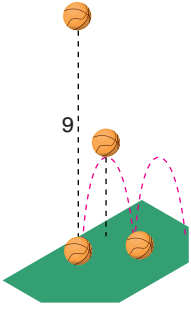
1.

$$(a_n) = \left(\frac{n^2 - 9n + 14}{3n - 14} \right)$$

dizisinin kaç terimi negatiftir?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

2.



Bir top 9 metre yükseklikten bırakılıyor. Top yere her çarpışında bir önceki düş-tüğü yüksekliğin $\frac{1}{10}$ u kadar yükseliyor.

Bu top n. kere yere çarptığı anda dikey olarak toplam kaç metre hareket etmiştir?

- A) $11 - 2 \cdot 10^{-n}$ B) $11 - 2 \cdot 10^{1-n}$
C) $11 - 5 \cdot 10^{1-n}$ D) $11 - 3 \cdot 10^{1-n}$
E) $13 - 3 \cdot 10^{1-n}$

3. Bir (a_n) dizisinin terimleri arasında

$$a_{n+2} = a_{n+1} + \frac{(a_{n+1})^2}{a_n}$$

bağıntısı vardır.

$a_1 = 1$ ve $a_2 = 1$ olduğuna göre, a_{10} kaçtır?

- A) 10 B) 100 C) 1000 D) 9! E) 10!

4. Genel terimi,

$$a_n = \frac{(n+1)!}{2^{n+2}}$$

olan dizinin, 6. terimi 4. teriminin kaç katıdır?

- A) $\frac{21}{2}$ B) 10 C) $\frac{19}{2}$ D) 9 E) $\frac{17}{2}$

5. Bir geometrik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla

$$a - b, 2, b + a - 1 \text{ dir.}$$

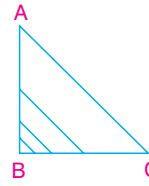
Bir aritmetik dizinin ardışık üç terimi sırasıyla,

$$2b + 2, 8, 2a + 2$$

olduğuna göre, $a \cdot b$ çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{29}{4}$ B) $\frac{29}{3}$ C) 6 D) $\frac{141}{15}$ E) $\frac{221}{25}$

6.



Şekildeki ABC ikizkenar dik üçgeninin dik kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden yeni ikizkenar dik üçgen çiziliyor. Çizilen bu ikizkenar dik üçgenin dik kenarlarının orta noktalarını köşe kabul eden yeni ikizkenar dik üçgen çiziliyor. Bu şekilde devam edilerek iç içe n tane ikizkenar dik üçgen oluşturuluyor.

$|AB| = 6$ birim olduğuna göre, ABC üçgeni dahil oluşturulan bu n tane üçgenin alanları toplamı kaç birim-karedir?

- A) $24 - 3 \cdot 2^{3-2n}$ B) $24 - 5 \cdot 2^{3-2n}$
C) $12 - 2 \cdot 3^{3-2n}$ D) $12 - 3 \cdot 2^{3-2n}$
E) $18 - 2 \cdot 3^{3-2n}$

7.

$$(a_n) = \left(\frac{1}{n^2 + 9n + 20} \right)$$

dizisinin ilk 10 teriminin toplamı kaçtır?

- A) $\frac{1}{15}$ B) $\frac{2}{15}$ C) $\frac{1}{5}$ D) $\frac{4}{15}$ E) $\frac{1}{3}$

8.

$$(a_n) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \left(\frac{1}{2} \right)^n \right)$$

olduğuna göre, a_3 kaçtır?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{7}{8}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

3. BASAMAK

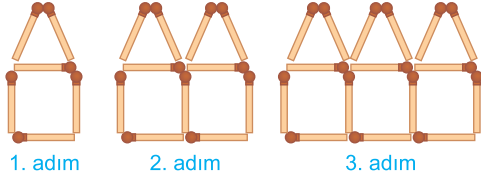
9. (a_n) aritmetik dizisinde; $t > s$ olmak üzere,

$$a_t - a_s = t^2 - 2ts + s^2$$

olduğuna göre, dizinin ortak farkının t ve s türünden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $t - s$ B) $s - t$ C) $t + s$
D) $t \cdot s$ E) $(t - s)^2$

10. Aşağıdaki şekilde kibrit çöpleri ile oluşturulan bir örüntünün ilk üç adımı verilmiştir.



Buna göre, bu örüntünün en az kaçınıcı adımındaki kibrit çöpü sayısı 100'den fazladır?

- A) 18 B) 20 C) 26 D) 30 E) 32

11. (a_n) , bir geometrik dizidir. Bu dizinin ilk n teriminin toplamı S_n olmak üzere,

$$\frac{S_6}{S_3} = 28$$

olduğuna göre, bu dizinin ortak çarpanı kaçtır?

- A) $3\sqrt{3}$ B) 3 C) $\sqrt{3}$ D) 1 E) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

12. Bir (a_n) geometrik dizisinde,

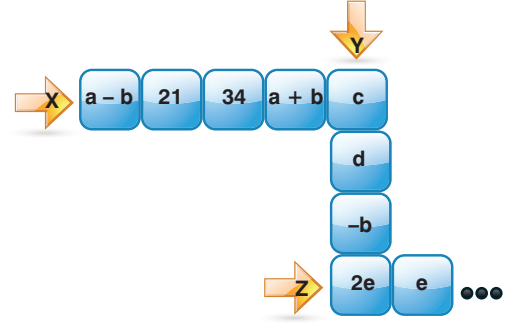
$$a_5 = \log_2 25$$

$$a_9 = \log_5 2$$

olduğuna göre, a_7 aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

- A) 4 B) $2\sqrt{2}$ C) 2 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) $\sqrt{2}$

13. Ayşen Öğretmen, Fibonacci dizisi, aritmetik dizi ve geometrik diziyi öğrencilerine kavratmak için aşağıdaki düzeni hazırlamıştır.



- Düzenekte sadece tam sayıları kullanmıştır.
- X ile gösterdiği satırda ardışık beş Fibonacci sayısı, Y ile gösterdiği sütunda bir aritmetik dizinin ardışık dört terimi vardır.
- Z ile gösterdiği satırda sonlu bir geometrik dizinin ardışık ilk iki terimi vardır.

Buna göre,

- I. Aritmetik dizinin ortak farkı -55 'tir.
- II. Geometrik dizi 3 elemanlıdır.
- III. Ayşen Öğretmen'in, dizilerin terimleri için kullandığı sayılardan altısı pozitifdir.

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) I ve III C) II ve III
D) Hiçbiri E) I, II ve III

14. 2 ve 18 sayıları arasına yedi tane terim yerleştirildiğinde; ilk terimi 2, son terimi 18 olan sonlu bir aritmetik dizi elde ediliyor.

Buna göre, elde edilen dizinin ortak farkı kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

15. Bir (a_n) aritmetik dizisinde ilk n terim toplamı S_n dir.

$$S_{11} = 1$$

$$a_1 + a_{23} = 2$$

olduğuna göre, S_{12} kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6